

FMF Seminar za učitelje matematike 2026/27

*Delavnica iz finančne pismenosti
Gimnazija s preходом v nadaljnje izobraževanje*



Analiza finančnih podatkov

Vodja delavnice: Dr. Aleš Toman
UL Ekonomska fakulteta
ales.toman@ef.uni-lj.si

Ljubljana, 26. september 2026

Spletna stran seminarja <https://uc.fmf.uni-lj.si/mi/>

Spletna stran delavnice https://uc.fmf.uni-lj.si/mi/program_26_27.html

Pojasnilo

Naloga temelji na obsežnem podatkovnem nizu **Toman_podaki.xlsx**, dostopnem na spletni strani https://uc.fmf.uni-lj.si/mi/program_26_27.html.

Udeleženci delavnice so izbrali podmnožico podatkov in pripravili strukturirano nalogo. Izračuni so opravljeni v Excelu in shranjeni v datoteki **Analiza_podatkov.xlsx**.

Slika na naslovnici: <https://pixabay.com/>

Viri in opis podatkov

Objavljene so mesečne vrednosti spremenljivk na **prvi dan v mesecu**. Zaradi omejitev pri razpoložljivosti podatkov so časovne vrste različno dolge.

Delnice

- Vrednost ameriškega delniškega indeksa S&P 500.
- <https://www.investing.com/indices/us-spx-500>

Obveznice

- Donosnost 1-mesečne ameriške državne obveznice oziroma zakladne menice.
- <https://www.investing.com/rates-bonds/u.s.-1-month-bond-yield> (za mesečno deli z 12)

Zlato

- Cena zlata v ameriških dolarjih za trojsko unčo.
- <https://www.investing.com/currencies/xau-usd>

Indeks cen

- Indeks cen življenjskih potrebščin (vseh dobrin in storitev) v ZDA.
- <https://fred.stlouisfed.org/series/CPIAUCSL>

Kriptovalute

- Cena Bitcoina v ameriških dolarjih.
- <https://www.investing.com/crypto/bitcoin>

Menjalni tečaj

- Menjalni tečaj: vrednost ameriškega dolarja v evrih ($1 \$ = x €$).
- <https://www.investing.com/currencies/usd-eur>

Gradniki finančne pismenosti

Z nalogo je mogoče razvijati vse podgradnike obeh gradnikov finančne pismenosti.

Povezavi do gradnikov finančne pismenosti (vsebuje sklic na matematično pismenost):

- https://www.zrss.si/pdf/Financna_pismenost_gradniki.pdf
- https://www.zrss.si/pdf/Matematicna_pismenost_gradniki.pdf

Strukturirana naloga

Luka ima na voljo **10.000 \$**, ki jih želi investirati za obdobje **enega meseca**.

- a) Na spletu preveri, kakšne možnosti varčevanja mu ponujajo **banke**, in izračunaj, koliko obresti bi lahko prejel z enomesečnim **depozitom**.

Nekatere banke enomesečnih depozitov ne ponujajo, nekatere pa ne ponujajo informativnih spletnih izračunov. Za kratkoročni depozit **v evrih** najdemo podatke:

Depozit



Vplačilo
10.000,00 EUR



Čas varčevanja
31 dni



Obrestna mera
0,6500 %



Privarčevani znesek
10.005,52 EUR

10.005,08 EUR
SKUPNI ZNESEK

OSNOVNA OBRESTNA MERA*

0,60 % Obrestna mera

5,08 EUR Znesek obresti

10.000 EUR Znesek za vezavo

Sklenite depozit po spletu

SKLENI DEPOZIT

Vira podatkov:

- <https://www.nlb.si/osebno/varcevanja-in-nalozbe/izracun-varcevanja>
- <https://www.unicreditbank.si/si/prebivalstvo/nalozbe/klasicni-depozit.html>

- b) Luku se ponujena obrestna mera zdi nizka, zato začne raziskovati alternativne **možnosti investiranja**.

Starši mu priporočajo naložbo v **zlato**, njegov sošolec Matej pa je navdušen nad vlaganjem v kriptovalute, zlasti **bitcoin**. Luka se zato odloči, da bo na podlagi preteklih podatkov primerjal gibanje cen zlata in bitcoina ter njuno donosnost in tveganost.

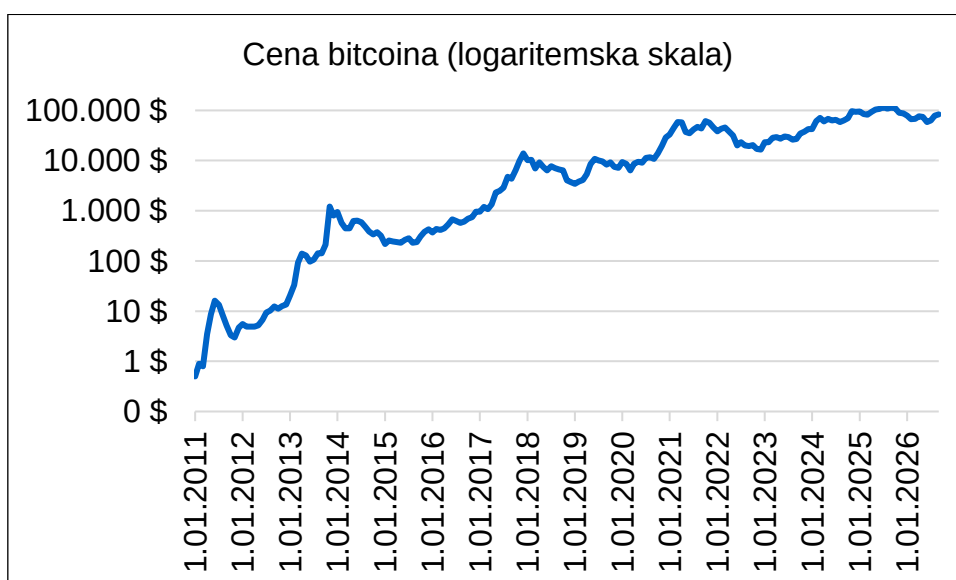
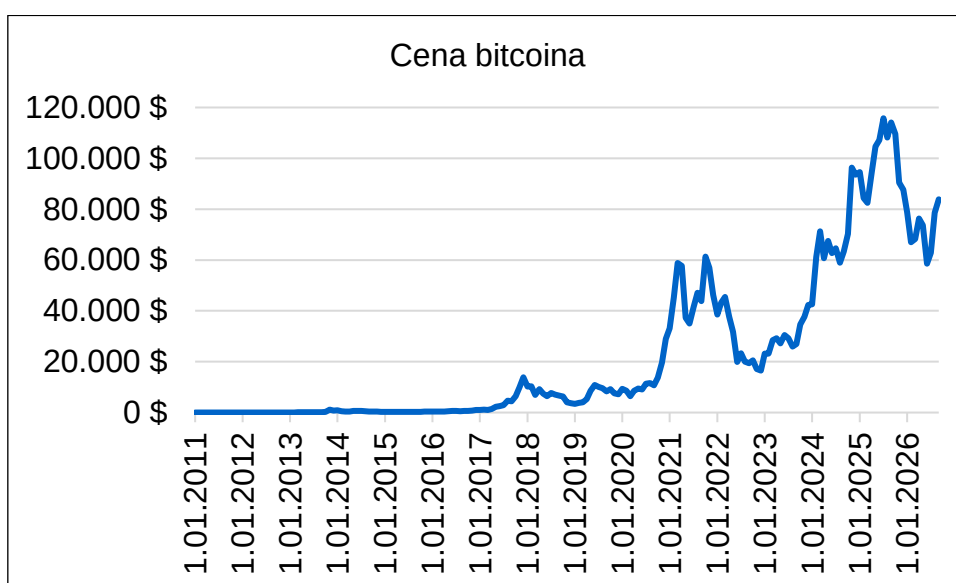
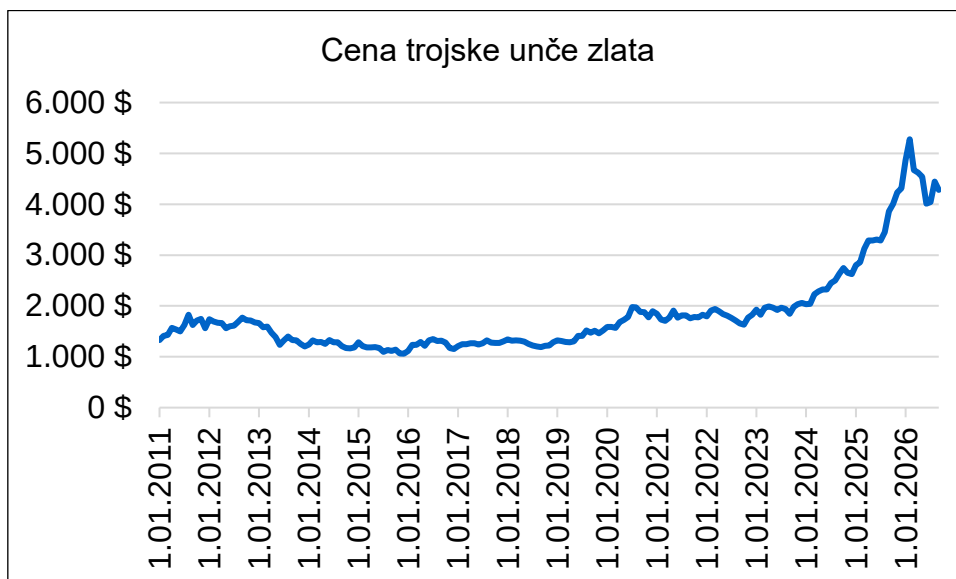
Pridobi zgodovinske **podatke** o cenah **unče zlata** in **bitcoina**. Poskrbi, da bodo podatki primerljivi, na primer izraženi v ameriških dolarjih, ter da bodo časovne točke ustrezno usklajene. Za vsako naložbo nariši **črtni grafikon**, ki prikazuje gibanje cene skozi čas. Opiši glavne značilnosti gibanja cen ter primerjaj razvoja obeh naložb.

Podatki v datoteki so časovno usklajeni.

- Za zlato imamo na voljo mesečne podatke od 1. 1. 2000 dalje.
- Za bitcoin imamo na voljo mesečne podatke od 1. 8. 2010 dalje.

Ohranimo podatke za obe naložbi **od 1. 1. 2011 dalje**. V tem obdobju ni manjkajočih vrednosti.

Ustreznost podatkov preverimo s črtnima grafikonoma.



Cena unče zlata je v opazovanem obdobju večinoma naraščala, strmi rasti v zadnjem obdobju je sledil močnejši padec.

Cena bitcoina je močno nihala. Obdobja hitre rasti so spremljali tudi veliki padci, kar kaže na tveganost te naložbe.

Cene bitcoina pred letom 2017 so zelo nizke in jih vizualizacija slabo prikaže. Smiselna je uporaba **logaritemske skale** na navpični osi.

c) Iz podatkov o cenah izračunaj **mesečne donosnosti** zlata in bitcoina. Pojasni izračun in donosnosti prikaži s črtnima grafikonom.

Predpis za mesečno donosnost v mesecu t je

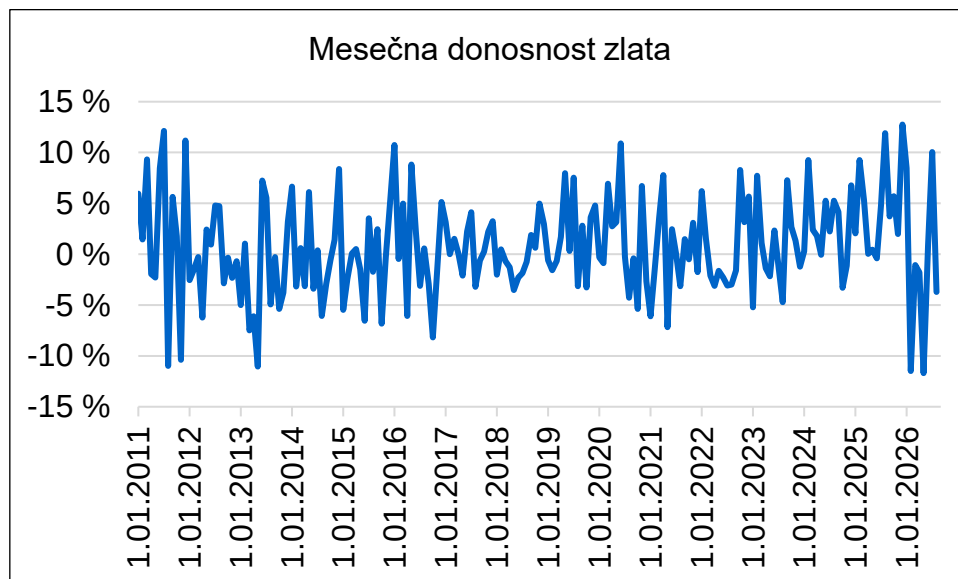
$$\text{donosnost}_t = \frac{\text{cena}_t - \text{cena}_{t-1}}{\text{cena}_{t-1}},$$

kjer sta cena_t in cena_{t-1} zaporedni ceni instrumenta.

Ker se podatki nanašajo na **prvi dan v mesecu**, je bila donosnost, ki jo ob objavi podatka izračunamo, **dosežena v preteklem mesecu**.

V tabelo s podatki dodamo dva stolpca, ki označujeta **leto in mesec** posameznega podatka.

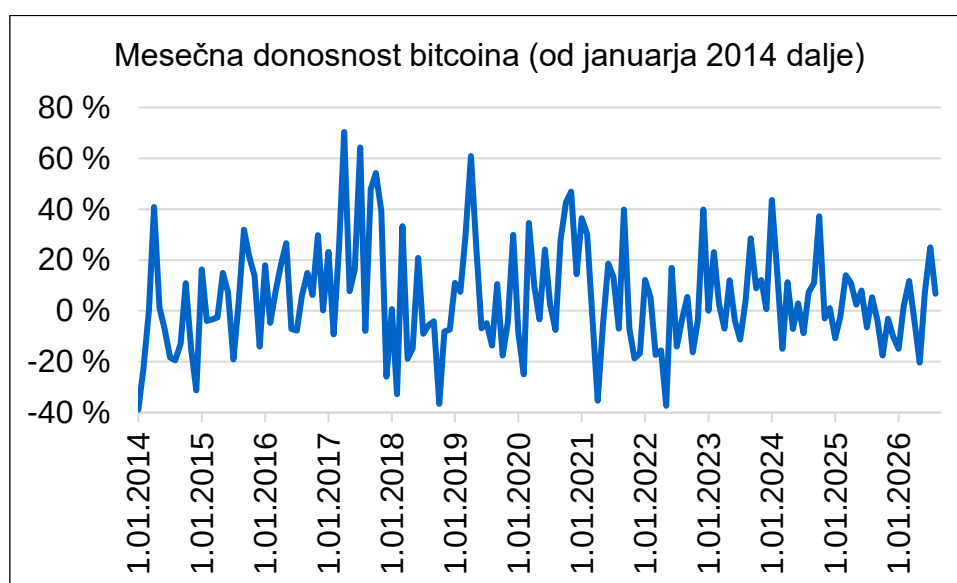
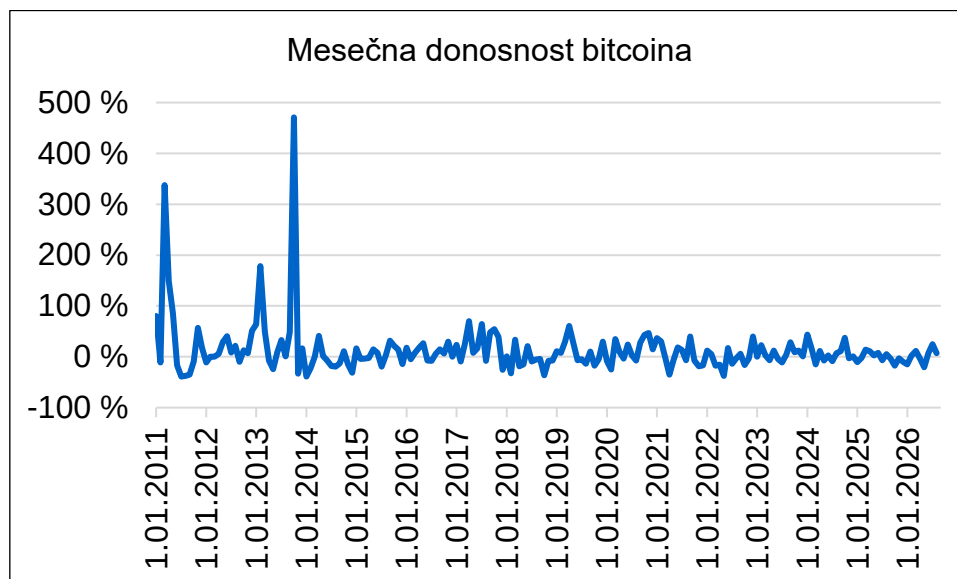
- Podatka za 1. 1. 2011 in 1. 2. 2011 uporabimo, da izračunamo donosnost v januarju 2011.
- Za zadnji mesec v podatkovnem nizu ne moremo izračunati donosnosti, saj še ne poznamo vrednosti instrumentov na začetku naslednjega meseca.
- Mesečne donosnosti podamo **v odstotkih**.



Vrednosti bitcoina so v nekaterih mesecih v obdobju 2011–2013 dosegale izjemno visoke mesečne donosnosti:

- +337,50 % v marcu 2011,
- +178,44 % v februarju 2013,
- +470,88 % v oktobru 2013.

Da odstranimo njihov vpliv na grafikon, prikažemo še črtni grafikon mesečnih donosnosti bitcoina za **podobdobje** od 1. 1. 2014 dalje.



- d) Za mesečne donosnosti izračunaj in primerjaj osnovne **mere srednje vrednosti**. Ali je smiselno določiti modus? Poišči morebitne ekstremne vrednosti in razišči njihov vpliv na izračunane statistike.

	Aritmetična sredina	Mediana
Donosnost zlata	0,74 %	0,16 %
Donosnost bitcoina	12,20 %	2,89 %

Ekstremne vrednosti opazimo v mesečnih donosnostih bitcoina:

- +337,50 % v marcu 2011,
- +178,44 % v februarju 2013,
- +470,88 % v oktobru 2013.

Ekstremne vrednosti (**osamelci**) imajo močan vpliv na aritmetično sredino, ne pa na mediano.

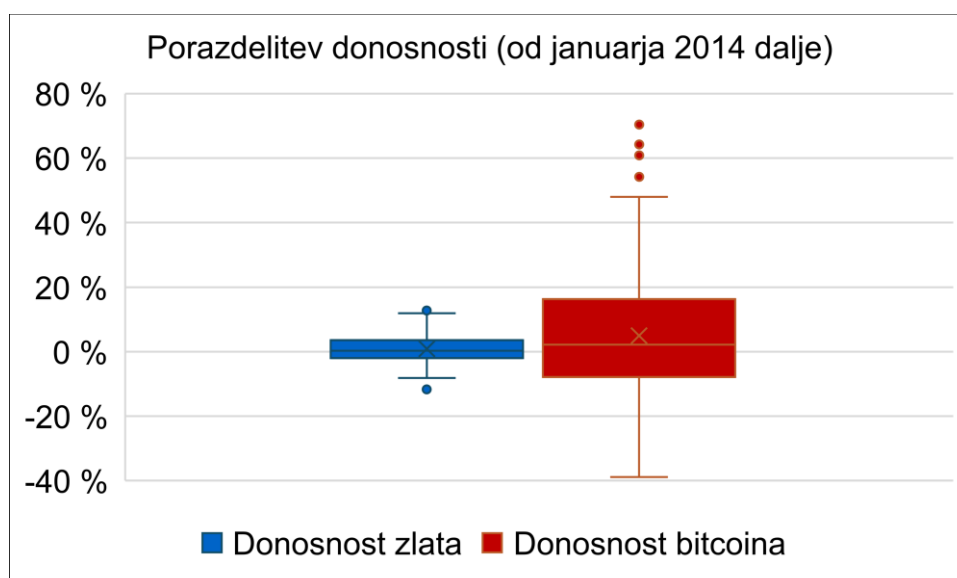
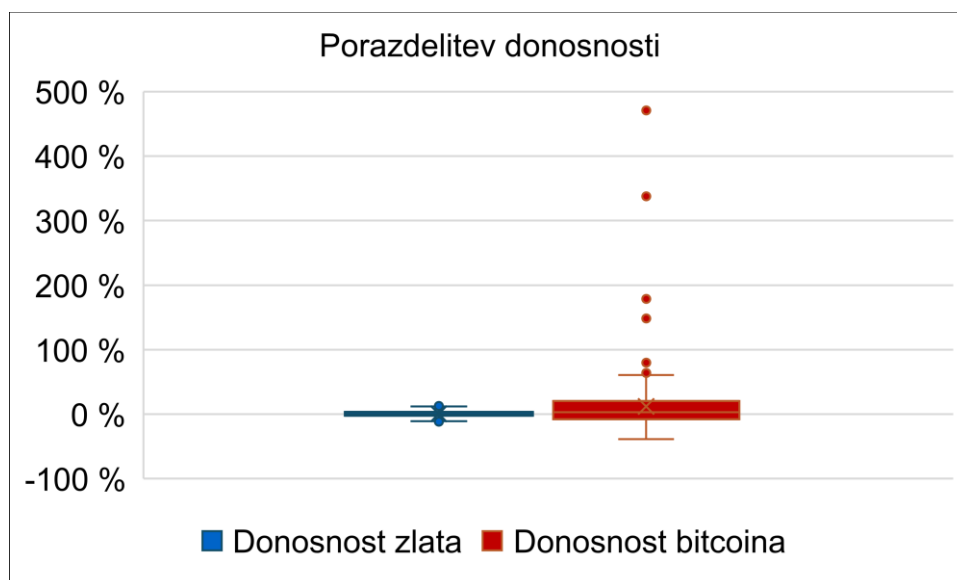
Donosnost je zvezna spremenljivka, zato **modus** ni primerna mera osredinjenosti.

- e) Za mesečne donosnosti izračunaj in primerjaj **mere razpršenosti**. S **škatlami z brki** prikaži porazdelitev donosnosti. Ugotovi, kakšno tveganje bi posamezna naložba lahko predstavljala za vlagatelja.

	Minimum	Maksimum	Variacijski razmik
Donosnost zlata	-11,69 %	12,75 %	24,45 %
Donosnost bitcoina	-38,87 %	470,88 %	509,75 %

	Prvi kvartil	Tretji kvartil	Medčetrtnski razmik
Donosnost zlata	-2,30 %	3,62 %	5,92 %
Donosnost bitcoina	-8,11 %	20,25 %	28,36 %

	Standardni odklon
Donosnost zlata	4,79 %
Donosnost bitcoina	50,01 %

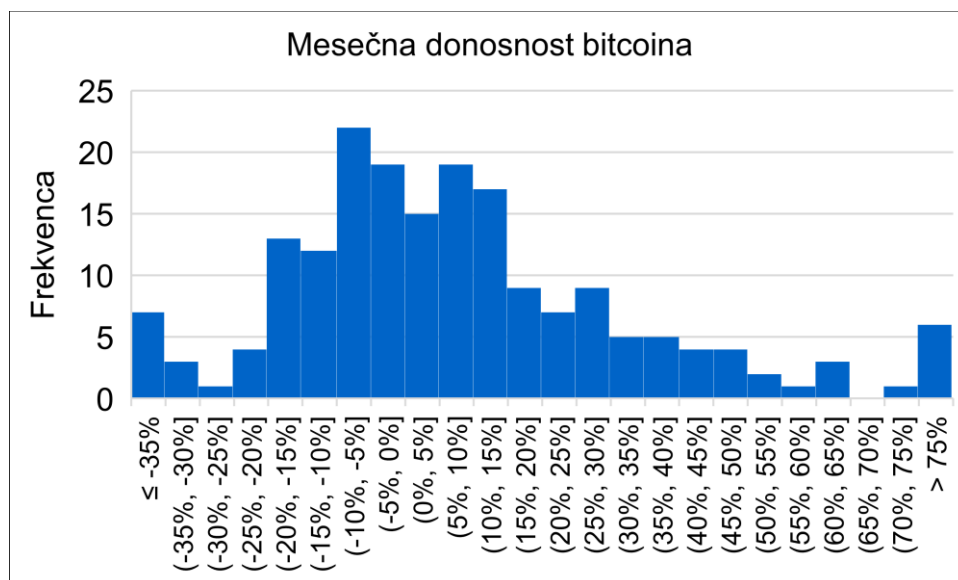
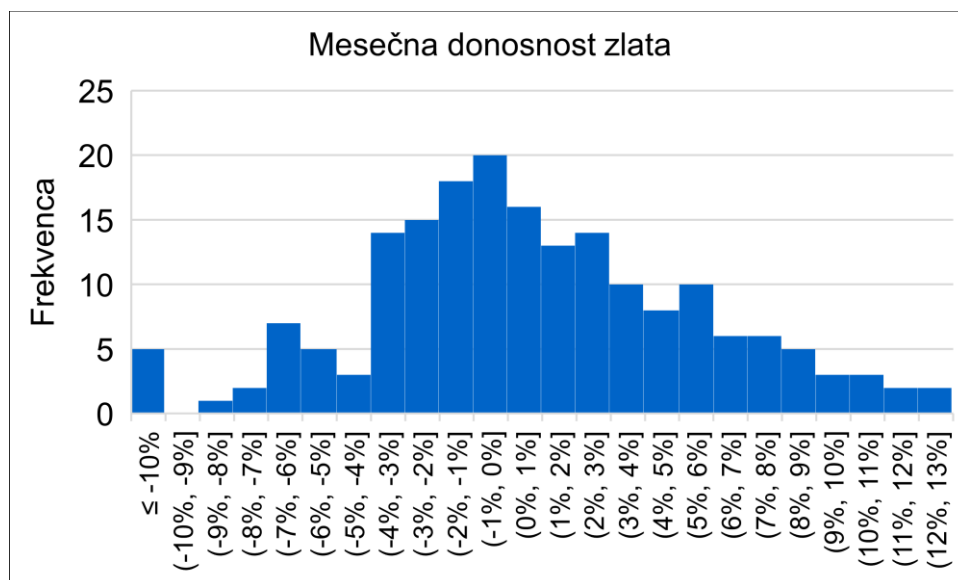


- f) S **histogramoma** prikaži porazdelitev donosnosti. Ugotovi, kako pogosto se pojavljajo pozitivne in negativne mesečne donosnosti.

Urejanje **razredov** na vodoravni osi v Excelu je omejeno.

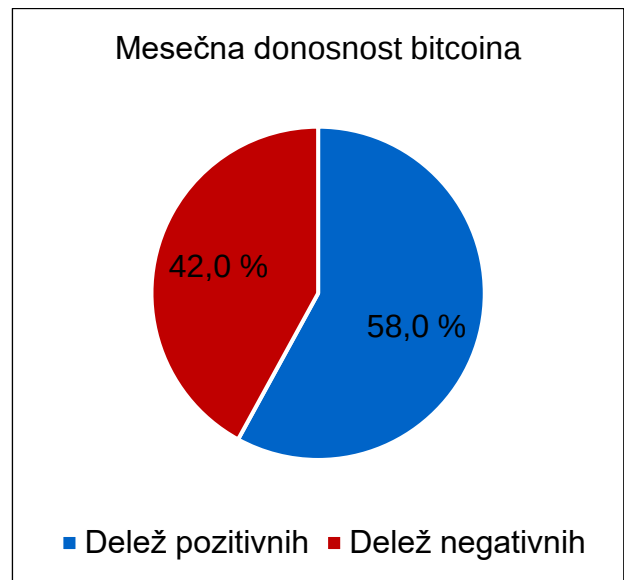
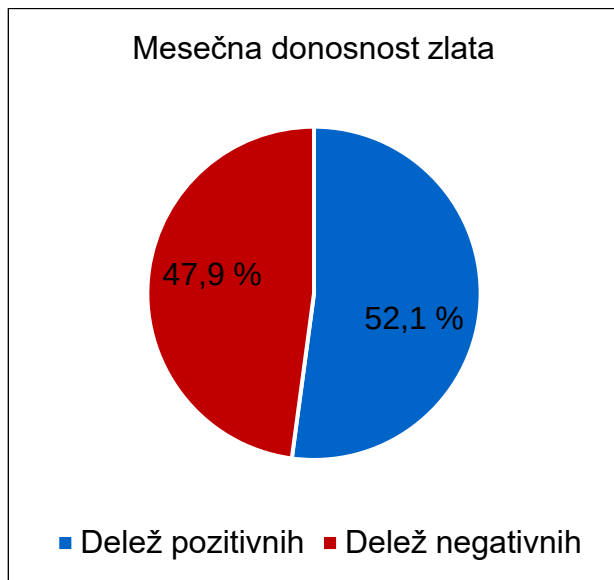
Željene razrede vsaj deloma lahko dobimo, če nastavimo **podkoračitev** (v prvi razred združimo vse vrednosti, ki so nižje od predpisane vrednosti) in širino razreda.

Pri donosnosti bitcoina uporabimo še **prekoračitev** in v zadnji razred združimo vse vrednosti, ki so višje od predpisane vrednosti



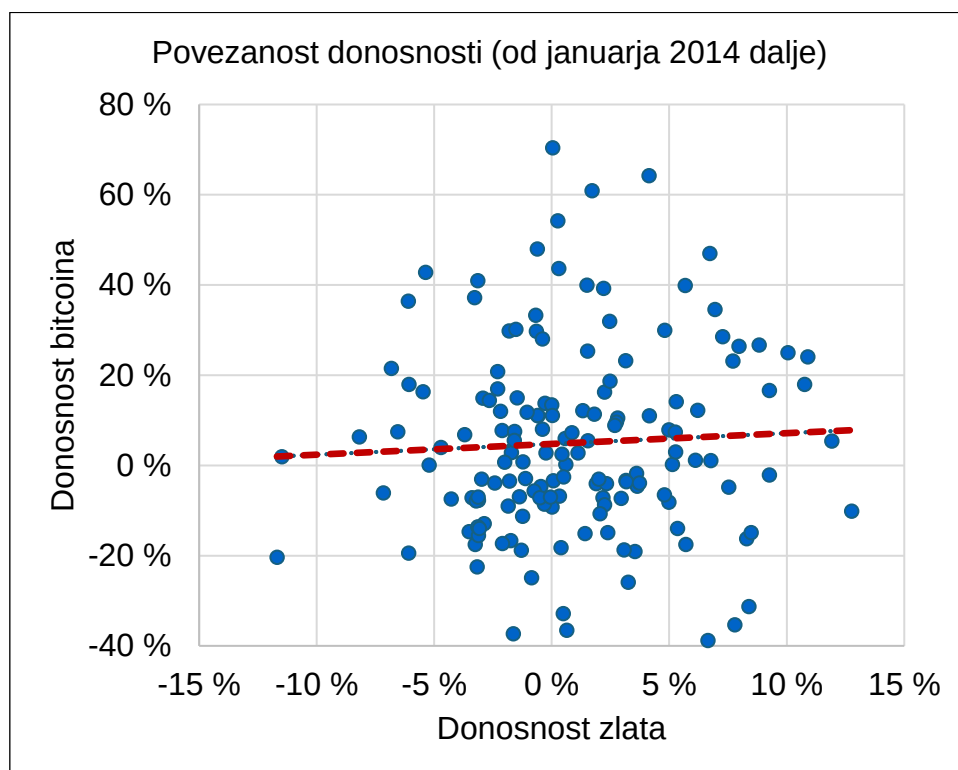
	Število pozitivnih	Število negativnih
Donosnost zlata	98	90
Donosnost bitcoina	109	79

	Delež pozitivnih	Delež negativnih
Donosnost zlata	52,1 %	47,9 %
Donosnost bitcoina	58,0 %	42,0 %



g) Razišči, ali sta mesečni donosnosti zlata in bitcoina medsebojno povezani. Nariši **razsevni grafikon** in izračunaj **korelacijski koeficient**. Preveri še, ali se donosnosti zlata razlikujejo glede na posamezne mesece v letu. Primerjaj povprečne mesečne donosnosti po mesecih ter presodi, ali podatki kažejo na morebitne **sezonske vzorce**.

Da se izognemo ekstremnim vrednostim, narišemo razsevni grafikon in izračunamo Pearsonov korelacijski koeficient za obdobje od 1. 1. 2014 dalje. V grafikon dodamo **linearno trendno črto**.



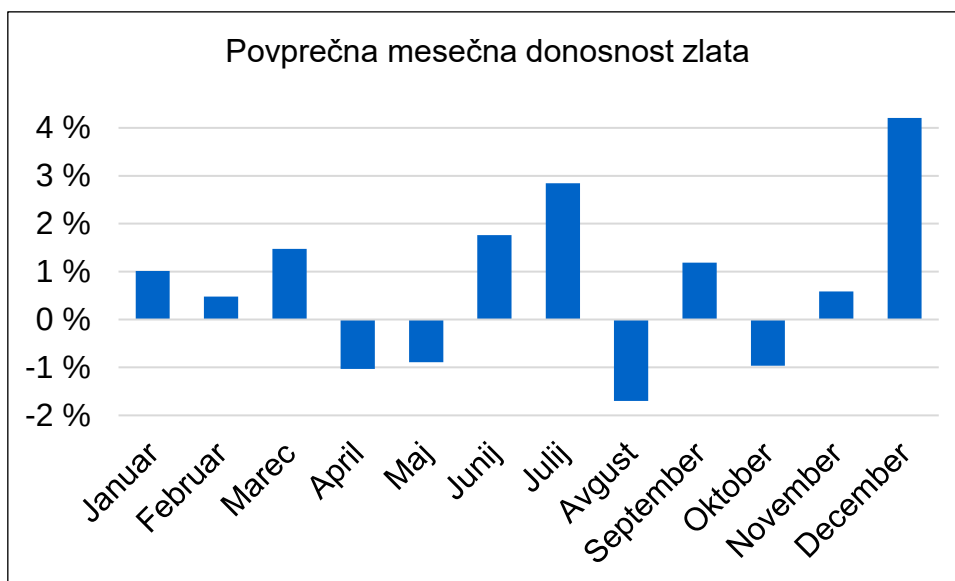
Pearsonov korelacijski koeficient znaša 0,0515.

Linearne povezanosti med spremenljivkama ni zaznati.

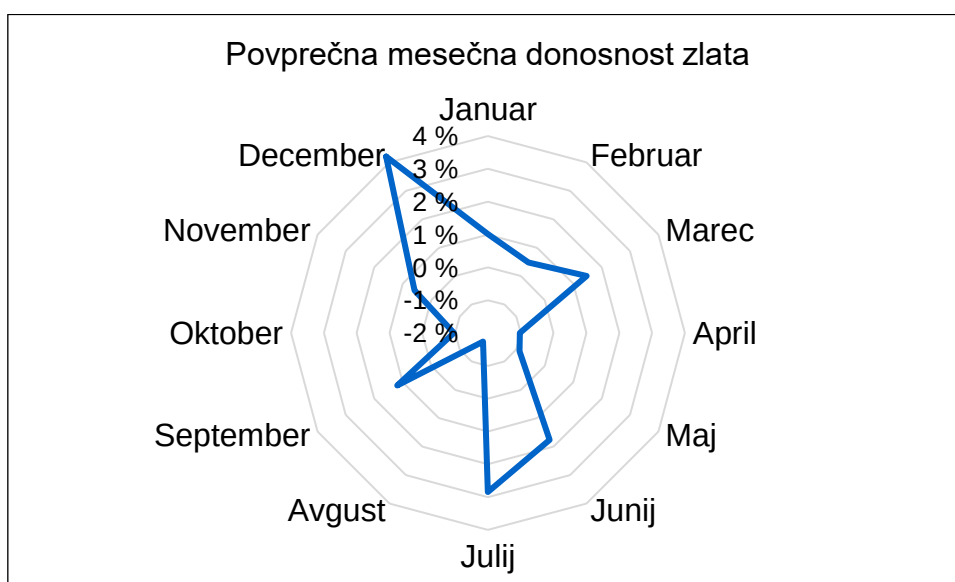
Razsevni grafikon nakazuje, da tudi drugačne povezanosti med spremenljivkama ni.

Izračunamo še povprečne donosnosti zlata po posameznih mesecih:

Mesec	Povprečna donosnost zlata	Mesec	Povprečna donosnost zlata
Januar	1,02 %	Julij	2,85 %
Februar	0,48 %	Avgust	-1,70 %
Marec	1,47 %	September	1,19 %
April	-1,03 %	Oktober	-0,96 %
Maj	-0,89 %	November	0,59 %
Junij	1,76 %	December	4,21 %

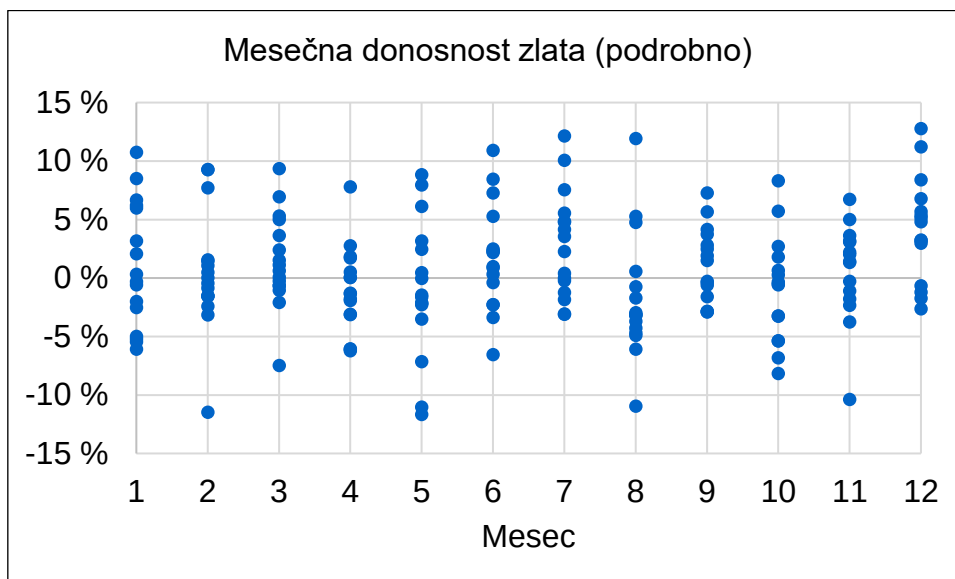


Zaradi cikličnosti pojava je možno uporabiti **polarni grafikon**.

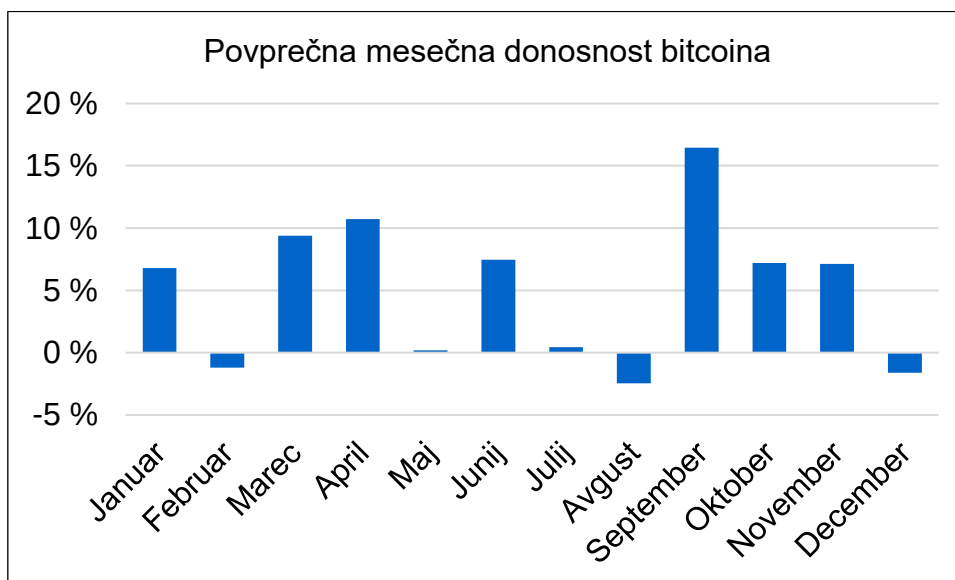


Opazimo zanimiv vzorec, povprečne mesečne donosnosti so izrazito visoke v mesecu decembru, povišane so še v marcu, juniju in juliju. Najnižja povprečna donosnost je v avgustu.

Podrobneje lahko donosnosti po mesecih prikažemo tako, da narišemo razsevni grafikon, kjer za x -koordinato točke izberemo indeks meseca.



Kot zanimivost lahko enak račun ponovimo še za ceno bitcoina v obdobju od 1. 1. 2014 dalje. Vzorec vrednosti je drugačen.



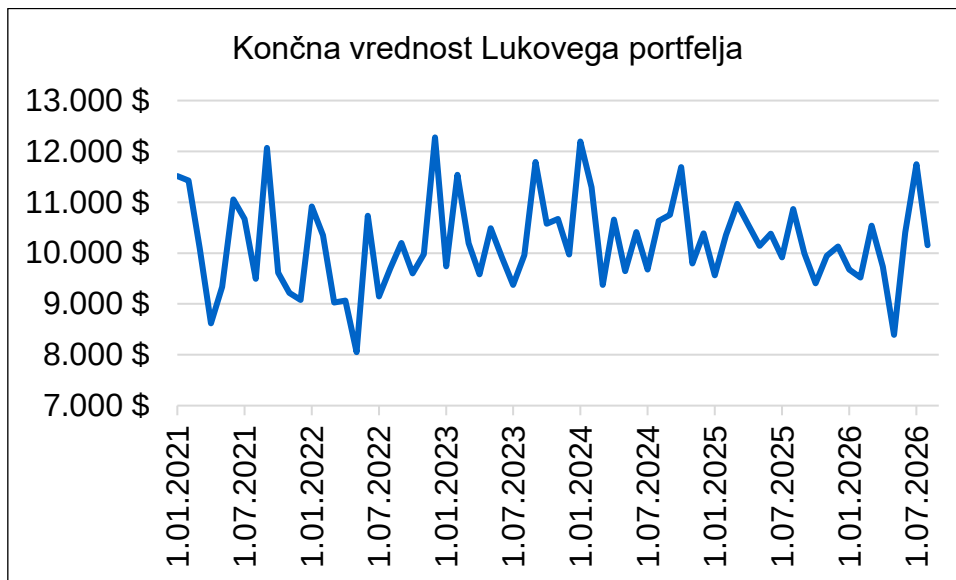
h) Luka se odloči, da bo za en mesec 5.000 \$ vložil v zlato, preostalih 5.000 \$ pa v bitcoin. Na podlagi podatkov od 1. 1. 2021 dalje analiziraj, kako bi se **končna vrednost** njegovega portfelja spreminjala v preteklem obdobju. Določi aritmetično sredino, mediano in standardni odklon končnih vrednosti.

Če Luka polovico zneska G_0 vложи v zlato, polovico pa v bitcoin, en mesec kasneje razpolaga s portfeljem v vrednosti

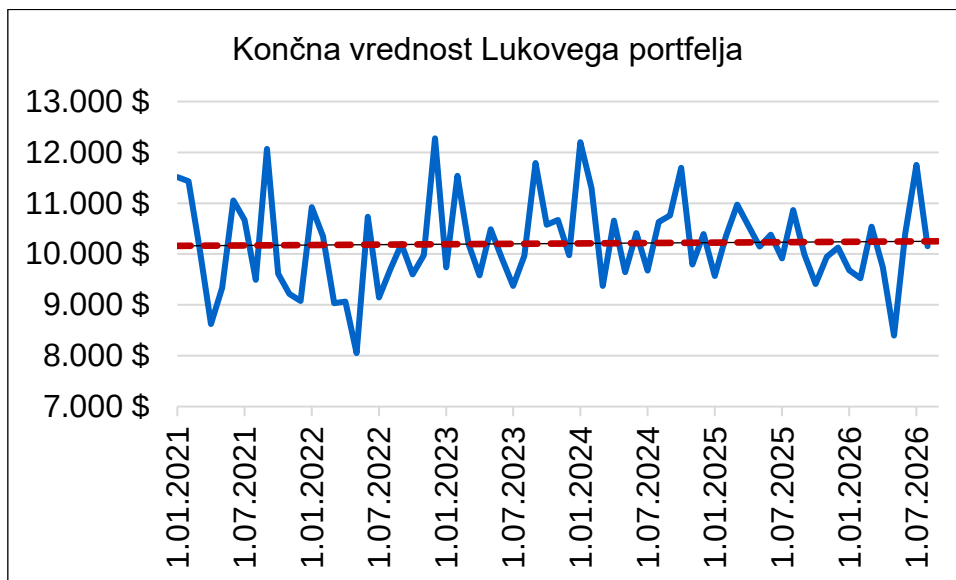
$$G_1 = G_0 \cdot \left(1 + \frac{\text{donosnost}_{\text{zlato}} + \text{donosnost}_{\text{bitcoin}}}{2 \cdot 100} \right).$$

Za vsak mesec od januarja 2021 dalje izračunamo končno vrednost portfelja po enem mesecu.

	Aritmetična sredina	Mediana	Standardni odklon
Končna vrednost	10.205,15 \$	10.137,60 \$	885,03 \$



- i) Na podlagi zgodovinskih podatkov oceni, kakšno vrednost bi lahko imel Lukov portfelj po enem mesecu. Za napoved uporabi **linearni model** in pojasni, katere so njegove omejitve.



Z linearnim modelom dobimo (funkcija FORECAST v Excelu) napoved 10.250,92 \$. Slika nakazuje, da so vrednosti v preteklosti močno odstopale od trendne črte, zato napoved ni zanesljiva.

Opozorilo

Pretekli donosi ne zagotavljajo prihodnjih donosov!

Možne dopolnitve naloge

- Zmožnost in zanesljivost umetne inteligence pri pridobivanju podatkov.
- Uporaba umetne inteligence pri analizi podatkov in interpretaciji rezultatov.
- Analiza po podobdobjih, uporaba drsečih sredin, ...